一种反思序数效用理论的思维实验

A thought experiment on reconsidering ordinal utility theory

王野

中国大连东北财经大学马克思主义学院

Dongbei University of Finance and Economics Marxism College

电子邮件 wilde.l.wong@outlook.com

ORCID 0000-0002-4880-8450

摘要

本文用控制变量法和归谬法设计了一个思想实验，以说明至少有一个问题使得序数效用理论的内在逻辑不一致，即在只获得文章序数效用信息的情况下，序数效用理论的许多基本公理不能成立，这可以解释为什么序数效用理论不能成立。更重要的是，这种实验方法展示了实序数排序的形式和性质，从而从正反两个角度说明了本文的观点，即序数效用论不能成立，效用本质上是基数性质的。

I design a thought experiment with the control variable method and reduction to absurdity to show that there is at least one problem making the internal logic of ordinal utility theory inconsistent, that is, under the condition that only ordinal utility information of articles is obtained, many fundamental axioms of ordinal utility theory cannot be established, which can explain why ordinal utility theory cannot be established. More importantly, this experimental method shows the form and properties of the real ordinal ranking, thus illustrating the perspective of this paper from both positive and negative angles, that is, ordinal utility theory cannot be established, and utility is essentially cardinal in nature.

消费者行为；序数效用；基数效用；思维实验
Consumer behavior ; Ordinal utility ; Cardinal utility ; Thought experiment

JEL 分类 D11

1. 导言

效用是一种心理现象，表明一种商品或服务对消费者的满足感。[1]它在经济学理论体系中占有基础性地位。在经济理论的长期发展中，出现了两种不同的效用度量理论:“基数效用理论”和“序数效用理论”。[2]基数效用是 19 世纪和 20 世纪早期西方经济学中广泛使用的概念。它的基本思想是效用是可以测量和计算的。该效用的度量单位称为效用单位。所以效用的大小可以用基数(1，2，3)来表示。序数效用理论的基本观点是，效用作为一种心理现象，是不可测量或归纳的。它只能表示满意的程度和顺序。所以“效用”只能用一个序数(1 号，2 号，3 号)来表示。

早期研究效用理论的学者使用基数效用理论，而序数效用思想是在 19 世纪末首次提出的(费希尔 1892 年)。由于序数效用理论的所谓揭示性特征(序数偏好可以被直接观察到)，它被认为比基数效用理论更科学。于是，它继续发展，不断完善。到 20 世纪 30 年代，它已经取代基数效用理论成为现代效用理论的主流分析范式(希克斯和艾伦 1934)。然而，这种地位还不够稳定。序数效用论自诞生以来就面临着各种挑战和质疑，这深刻地凸显了其内在的逻辑矛盾以及与直觉经验的矛盾。

首先，期望效用理论的出现是影响序数效用理论的第一个重大事件(摩根斯坦和冯·诺依曼 1953 年)。冯·诺依曼(Von Neumann)和摩根斯坦(Morganstern)基于公理化假设，使用逻辑和数学工具建立了预期效用理论，这是一个分析不确定条件下理性人类选择的框架。期望效用是指消费者在不确定条件下可能获得的各种结果的加权平均效用。预期效用函数是基数，因为它只能执行正仿射变换。效用理论出现后，面临着一个尴尬的局面:效用根据条件可以是序数的，也可以是基数的。然而，这种困境“通过微妙和复杂的解释得到了解决:指数(预期效用值)并不显示结果(行为)，而只是间接表达一个人对风险的态度的数学工具”(科雷兹和哈根，2012 年)。但是在没有态度的情况下，结果从何而来？经济学家已经接受了两种逻辑上对立的效用理论的共存。

对序数效用理论的第二个挑战是偏好和福利之间的不一致。序数效用理论假设偏好和福利是一致的，人们的选择使其效用最大化。然而，大量的研究和直观的经验告诉我们，两者之间的不一致是极其普遍的。心理满足最大化可以是行为的目的或意图但远不是所有行为的结果。一般来说，正确的选择是基于消费者对相应商品效用的正确认知。如果这种认知不足或错误，就会出现福利与偏好的不一致(李光耀，2005 年)。仅仅研究行为本身并不能说明消费者多变的行为是否实现了效用最大化，也不能把握这种行为的意义。

第三，因果倒置是有序效用理论的另一个逻辑矛盾，因为该理论关注消费者选择了什么，而忽略了他们为什么选择它(森 1979 年)。此外，它武断地将他们选择行为的结果定义为个人获得最大程度的心理满足。因此，序数效用理论把选择行为的原因作为选择行为的结果，即效用最大化。问题是，用序数效用理论来验证这个结果，只能局限于内省，因为满意度是无法通过外显行为观察到的。这样，当选择被用来完全定义效用时，经济学家可以把一个人行动的任何结果称为“效用最大化”(瑟罗，1983 年)。在这个逻辑框架中，它是不能被证实或证伪的(叶 2003)。所以序数效用论使用的方法不能满足逻辑实证主义，

[1] 在本文中，“偏好”和“效用”被频繁使用。按照对这篇文章的理解，如果从人的角度出发，对待人们对商品功能的评价，这篇文章用的是“偏好”这个词。(评价可能是言语的或行为的，序数的或基数的，所以文中出现了“基数偏好”这个术语。)文章从商品的角度出发，在考虑商品对消费者有益的程度时，使用了“效用”。如果不能区分两个角度，则在文中统一使用“偏好”一词。

[2] 它也被称为序数偏好理论。

只能算是满足行为主义。那么，这个理论如何用证据解释消费者行为的原因呢？这一原因只能用他们过去的所作所为来解释，也就是说，每个人的所作所为都是他们的所为(斯威齐 1934 年)。假设有人问为什么太阳从东方升起，在西方落下。按照序数效用论的逻辑，答案一定是一直在东方崛起，西方落定。因此，序数效用论有一个内在的逻辑问题，即原因被视为结果，结果被视为原因。

接下来，序数效用理论的一个内部结论否定了边际效用递减规律(杰勒和雷尼，2011 年)。这个论断相当于否定了直觉在经济学中的应用。所以，这样一个几乎所有人都承认的自然的、日常的、具有强烈经济意义的心理规律，被取消和否定了。许多经济学家认为，这背离了边际革命的本质和核心。因此，他们指责抛弃边际效用递减的概念是一种截肢(贝尔纳德利 1938 年)或者用边际效用的真宝贝倒掉可衡量效用的脏水(罗斯巴德，1956 年)。

此外，在序数效用理论中构造实值函数来表达偏好的方法也受到了批评。尽管效用函数的存在定理已经被正式证明(德布鲁 1954；德布鲁 1964 年)，效用函数的应用存在许多不符合数理逻辑的问题。例如，威廉·巴尼特二世(2003)坚持认为“新古典效用函数是分析消费者行为的无效手段，原因有三:首先，也是最重要的，因为这种函数及其伴随的排序在本质上是基数的，而不是序数的；第二，因为相对于与实际人类相关的束集，这样的函数不是连续的，因此是不可微的；第三，因为这些功能没有正确、一致和恰当地包含尺寸/单位。”但是，如果没有效用函数，序数效用理论的应用范围将受到严重限制。值得注意的是，Barnett 论文附录中思想实验的设计与本文的实验设计非常接近。本文将在“进一步分析”一节中讨论它们的相关性。

最重要的是，神经科学的不断进步为找到与主观满足相对应的神经基础提供了物质条件，从而产生了神经经济学。神经经济学是利用神经科学技术研究经济决策的神经机制的一个新的交叉学科领域。它的实验方法可以直奔效用度量的主题。在短短的 20 多年里，神经经济学发展迅速，成果显著(卡默勒等人，2005 年)。各种神经观察的经验方法被广泛应用，并且在人脑中各种实用性的计算模型被不断构建(拜耳和格里姆彻 2005；蒙塔古等人，2004 年)。基于预测，这项技术可以使直接测量效用成为可能，因为自然科学的任何实验手段测量的数据在本质上都必须是基数。因此，效用量也必须是基数而不是序数。但是，由于相应的实验技术还没有达到非常深入和精通的程度，因此将获得的数据作为建立基数效用理论的基础似乎为时过早(齐佐，2002 年)。鉴于序数效用理论的缺陷和效用度量能力的不断发展，基数效用理论的复兴是大势所趋。近年来，学者如哈内曼等人。(1997)，Kobbering(2006)曼德勒(2006)，以及更多的神经经济学家，比如格里姆彻等人。(2005)、帕多阿-斯奇奥帕和阿萨德(2006)、菲利普斯等人。(2007)，都明确主张应该用基数效用来解释相关的经济现象。

本文的论点不是基于神经经济学的方法，也不是基于前面提到的围绕序数效用理论的质疑。但是，它是基于一个关于序数效用理论的更为根本的问题:在事先不存在基数效用的前提下，一个人能否按偏好对商品进行排序？或者，如果一个人不知道满意的数量，比较对商品的偏好的基础是什么？例如，中国经济学家叶航(2003)认为一个事物可以被排序(以任何标准)却不能用数量来描述是荒谬和反直觉的，这在任何其他科学测量领域都不存在。

本文旨在设计这些直观的问题作为一个思维实验，以表明序数效用理论试图跳过效用度量来解释效用水平是一种不恰当的方法，这不仅是一种反直观的理论，而且是不合逻辑的。序数主义者将效用的基数属性混入序数效用论的基本假设中，创造了所谓的纯序数效用论。这种方法导致逻辑不一致，即建立序数效用理论必须基于效用的基数性质的存在。本文只讨论在确定性条件下序数效用论是否成立是因为期望效用论已经说明了在不确定性条件下效用只能以基数形式存在。本文的意义在于它严格否定了共同序数偏好存在的合理性，[3]迈出了阐明效用基数性质的关键一步，意在使效用理论的研究重心回归基数效用理论，更新现代经济学的面貌。而且可以启发未来的经济学家在此基础上对序数效用理论无法解决的问题做进一步的分析和探索。

第二部分是本文的主体部分。它提出了两个基本概念，并进行了三个思维实验来证明效用是基数，而不是序数，以及什么是真正的序数偏好。第 3 节比较了基数偏好和实际序数偏好，并显示了它们之间的根本区别。进一步分析实验过程，解释序数效用理论内在逻辑不一致的根源。然后，说明了本文所采用的研究方法与其他学者的研究方法之间的联系，并进一步解释了为什么本文的方法能够解决这一争议。最后，第 4 节得出结论，在只获得序数效用信息的情况下，序数效用论的基本公理大多是不成立的。因此，序数效用论是站不住脚的，效用在本质上是基数的。

2. 方法论

这一节首先介绍一些在其他研究中可能经常用到的基本概念。这些概念使得本文的实验和分析过程清晰简洁。接下来，基于控制变量法和反证法的思想，提出了一个新的实验。其作用是说明在获取纯序数效用信息的条件下，序数效用论的完备性和传递性公理不能成立。应该注意的是，这些实验可以在实际或虚拟环境中进行。因为它们非常简洁且符合逻辑，所以这两种情况的结果不会有什么不同。虽然这些实验的步骤很简单，但人们可能会觉得它们不容易理解。为了代表对这类实验更容易理解的解释，在主实验(实验 2)之前，本节先用一个简单的身高排名的思维实验作为导入实验(实验 1)来说明后续实验的基本逻辑。最后，为了使论证过程更加完整和严谨，提出一个反例(即实验 3)来说明什么是真正的序数偏好及其特征和根本性质。为了严谨生动地表达实验的逻辑和步骤，实验二以更具体的形式呈现。其他实验以简化形式给出。

2.1 序数和基数信息

序数信息是指使人们只能获得某些属性的顺序的信息。基数信息是指能使人们获得某些属性数量的信息。这样的序数或基数信息从何而来？它们可能来自语言，对现实的观察，或者其他方式。因此，基数和序数信息本身不一定是基数或序数，而是印象或感觉。序数或基数信息可能是模糊的或准确的，确定的或可能的。此外，顺序信息可以是严格的，也可以是不严格的。这里应该注意的是，大多数序数信息是基于基数属性而存在的。比如，考试排名是基于考试成绩的。但情况并非总是如此。例如，官方等级是一个序数等级，它可能不是基于基数属性。这将在后面的实验 3 中体现。

序数或基数信息可能具有许多性质，但与本研究最相关的是以下性质:获得某一属性的基数信息同时获得其序数信息，但所获得的序数信息不包括相应的基数信息。也就是说，基数信息包含更多的信息。比如知道了全班同学的具体

[3] 本文中的序数效用理论是指商品束元素都是能进行四则运算的基数的序数效用理论。共同序数偏好是指商品束的所有元素都是可以执行四则运算的基数的所谓序数偏好。

身高，他们的身高排名当然就知道了。但是知道他们的身高排名并不意味着同时知道他们的具体身高。阐明基数信息和序数信息的特征后，序数效用理论和基数效用理论的概念就可以更清楚地表达出来。序数效用理论(Ordinal utility theory)是指消费者可以根据特定商品集合中商品束的序数效用信息任意进行偏好排序的消费者行为理论。基数效用理论(Cardinal utility theory)是指消费者只有在获得特定商品集合中商品捆绑的基数效用信息时，才能任意进行偏好排序的消费者行为理论。

因此，基数效用论者和序数效用论者争论的焦点是，消费者根据偏好订购商品时，是基于商品束的序数效用信息还是基数效用信息。即在只获得序数效用信息的前提下，消费者的行为是否能满足偏好关系的三个最根本的公理，包括完备性、自反性、传递性公理。如果这个前提能成立，那么序数效用论就能成立。然而，在获得基数效用信息的条件下，消费者的行为当然满足这些公理。在这种条件下，消费者的行为满足这些公理的事实并不意味着序数效用理论成立。

根据上述分析，解决基数效用理论和序数效用理论之争的关键方法在于创造一个消费者只知道商品束的序数效用信息的情境，看消费者偏好的基本公理是否能成立。那种情况就是，消费者只知道商品捆绑的偏好排名，而不清楚对商品捆绑的偏好程度。现实中，这种情况很少但确实存在。现在需要的是设计一个实验来展示。

以下是具体的实验和分析过程。

2.2 实验方法

实验一:假设被试同时在会见三个人。没有人告诉他们这三个人的确切身高或身高排名，受试者自己也不知道。可以通过特别安排让三个人有不同的高度来简化实验的表达，可以提前告诉被试。[4]接下来，由于三个人的身高不同，必然有最高的，第二高的，最后是最矮的。要求受试者根据他们不可避免的身高排名将这些受试者命名为 A、B 和 C。此时，被试已经获得了三个人的身高排名信息和对应的代号，即 A ＞ B ＞ C，通过一个测试就可以确定这个信息是否是纯序数。例如，问受试者这三个人的身高顺序是什么，他们会回答 A ＞ B ＞ C。问受试者(A，B)和(C)哪一组人总共更高。受试者必须回答(A，B)高于(C)。询问受试者哪一组人(A)和(B，C)总体上更高。题主肯定答不出来，因为序数不能用于四则运算。这种方法可以确认被试此时得到的是三人身高的纯序数信息。但是，如果被试能够看到这三个人的实际身高，也就是得到他们身高的基数信息，显然被试能够合理地回答这三个问题。本实验得出结论，某些属性的纯序信息可以通过某种方式获得。一般来说，不可能对纯序数信息的任何组合进行排序。

这时，读者可能会感到困惑。受试者不知道 A、B 和 C 对应于谁。事实上，这并不重要，因为在受试者看到实际高度后，A、B 和 C 必须分别对应于第一、第二和第三高的人。只要途中没有换人，看到具体身高后，三人的实际身份就可以直接对应代号。所以相应的问题不重要。[5]

这种思维方法背后的具体原理可以解释为:由于人的头脑具有想象的能力，可以将具体实验步骤的必然结果提前，进行虚拟的心智操作，从而得出相应的结论。其核心思想可以概括为“推进必然结果”。这种方法使实验者能够获得

[4] 这三个人的身高可能相差很大。这是受试者需要知道的。

[5] 受试者不知道这三个人的名字和具体长相，但这些信息与实验目的无关。

任何可测基数属性的纯序数信息。人们可以通过要求受试者将这些纯粹的顺序信息用于任意组合和顺序来解释特定属性的计量特征。

实验二:这个实验代表了一类寻求证伪序数效用理论的思维实验，这是最简单的形式。该实验需要一名实验操作员和至少一名受试者。受试者必须满足一般消费行为的三个假设，以及单调性假设、商品连续性假设，实验物品对受试者来说是好商品。

准备三个不透明的盒子，里面都装着同样的商品，比如苹果。这些苹果的质量和大小应该没有明显的区别。每个盒子里苹果的数量可以相同也可以不同。例如，实验者可以分别在第一个、第二个和第三个盒子里放六个、四个和三个苹果。重点是确保受试者不知道每个盒子里苹果的数量。

拿出一个苹果，让受试者观看或品尝，然后对受试者说:“这些盒子里都是这样的苹果，只是数量不详。”现在，你应该将商品束命名为 a、b、c(从大到小；非严格)根据它们的功能。这种指定不考虑此时的视觉观察，而是基于打开箱子并看到特定商品后的必然结果。显然，a、b、c 的命名与盒子的顺序无关，只与被试对盒子中商品束的偏好顺序有关。

这时，实验者非常清楚，被试对实验产品的偏好信息是 a(6 个苹果)≿b(4 apples)≿c(3 苹果)。然而，受试者知道的唯一信息是≿b ≿c.

此时，盒子保持关闭状态。向受试者提出以下三个问题:

问题 1:你更喜欢 a 还是 b?

b 和 c 合并或视为一个商品束 d(被试被告知这个合并程序，下同)。

问题 2:你更喜欢 a 还是 d?

a 和 b 被组合或视为商品捆绑 e。

问题 3:你更喜欢 e 还是 c?

让受试者回答这三个问题。

打开盒子，让受试者看到里面具体的商品捆。让他们将代码名称与观察到的实际商品组合进行匹配。订购结果是确定的，即 6 个苹果≿4 apples≿3 苹果。命名结果是 a:6 个苹果，b:4 个苹果，c:3 个苹果。

再次问受试者这三个问题:

问题 4:你更喜欢 a 还是 b?

问题 5:你更喜欢 a 还是 d?

问题 6:你更喜欢 e 还是 c?

让受试者回答这三个问题。

然后分析受试者回答这些问题的结果和原因。

对于问题 1，一个理性的主体是可以做出合理选择的，他们一定会选择 bundle A (a)使效用最大化。因为被试偏好 A (a)多于 b 是已知条件，所以 A (a)和 b 之间可能存在无差别，但选择 A (a)绝对没有损失。

对于问题 2，以效用最大化为目标的理性主体无法做出选择。因为此时≿b ≿c 是他们唯一知道的偏好信息，他们不知道他们更喜欢 A(a)还是 d (b，c)。只有在打开盒子并将代码与具体的商品捆绑进行匹配之后，受试者才能说出他们更喜欢 a 还是 d。即使他们在打开盒子之前做出了选择，那也将是与效用最大化无关的盲目选择。因此，如果受试者贸然选择，他们可能会后悔自己的选择。

而且在这个实验中，由于单调性假设的应用，数字大，意味着效用大。被试不能通过知道商品捆本身的数量排序来得到他们合并的商品捆本身的数量排

序，因此他们不能合理地回答问题 2。可以看出，单调性假设在某种程度上暗示了效用在本质上是基数的。受试者不能合理地回答问题 2 的事实表明，仅知道商品束的每个组成部分的偏好顺序不一定是了解商品束整体排序的手段。根据数学原理，序数不能加减。

对于问题 3，根据单调性假设，被试可以做出合理的选择，但只是在一些简单的情况下。比如商品捆绑比较多，那么问题 3 就不一定能理性回答。

问题 4、5、6 作为对照组，说明当商品捆绑的所有效用信息都为被试所知时，商品捆绑的任意组合都可以订购，满足完备性假设。

然后，根据实验结果和数学原理，推导出序数效用理论的逻辑矛盾。根据商品的连续性，既然商品束整体上是序数的，商品束的一部分在性质上也是序数的。那么，根据数学原理和实验结果(问题 2 的答案)，很明显，对于两个商品捆绑，只知道其中各部分效用的排序，它们的整体效用很可能是不可比的。这与被试知道束的每一部分的排序总能得到整个束的排序的经验事实相矛盾。这也与消费者行为完全性的假设相矛盾。从上面可以得出结论，商品的效用不可能是纯序数的。

实验二对实验文章的数量和类型有具体要求。它是所有商品束必须同时包含一种或多种商品，并且各种商品的数量需要同方向单调增加。所以可以考虑更一般的形式:对商品捆绑本身的种类或数量没有限制。这种情况其实和实验二没什么区别，只是实验者对被试的语言提示有些不同。这里我们简单介绍一下这个实验。[6]

例如，仍然准备三个不透明的盒子。实验者可以在每个盒子里放入任何种类和数量的物品，并告诉受试者这种排列方式。本实验其余部分仍按照实验二的步骤进行。做这种改变的实验仍然可以解释序数效用论不成立的观点。由于无论使用哪种物品进行实验 2 这样的实验，实验 2 的关键问题都可以归结为一个原型问题，即他们只知道自己对三个商品束的偏好顺序是一个≿b ≿c，并不能得出他们偏好 A(a)还是(b，c)的结论。

表 *I*

商品束	情况
2	i (a ∣ b)
3	ii (a ∣ b, c) iii (b ∣ a, c) iv (c ∣ a, b)
4	v (a ∣ b, c, d) vi (b ∣ a, c, d) vii (c ∣ a, b, d) viii (d ∣ a, b, c) ix (a, b ∣ c, d) x (a, c ∣ b, d) xi (a, d ∣ b, c)

表 I 示出了受试者对商品束 a、b、c 和 d 的偏好分别是第 1、第 2、第 3 和第 4，并且当商品束的数量是 2、3 和 4 时，向受试者提问的所有可能情况。从分析中可以得出，当所有的商品束都是同一种商品时，被试在表中第 I、iii、iv、vi、vii、viii、ix、x 的情况下可以做出效用最大化的判断，而其他情况下不能做出这样的判断。如果商品捆绑中的商品不是同一种，则增加 ix 和 x 两类主体无法做出效用最大化判断的情况。读者可以判断一下。

[6] 这里仍然介绍一个包含三个商品束的更简单的表单。

这个实验证伪了序数效用论的逻辑，这是可以用符号明确表达的。假设三个商品束的偏好关系是≿b ≿c，不能导出 A(a) ≿d (b，c)或 A(a) ≾d (b，c)(ii)。这违背了完备性假设和经验事实，因此序数效用论不成立。

由于实验 2 可以导致无限个实验，所以它们所包含的商品捆绑数是不相等的。这些实验建立的共同条件是，首先必须有三个或三个以上的商品捆绑。[7]商品束中元素的数量在本质上是基数，并且受试者对这些商品束的偏好顺序与商品元素本身的数量有关。而且主体允许将任意两个商品束合并成一个束，商品束在合并前后具有无差别关系。如果满足这些实验的前提条件，在实验 2 或其衍生实验的纯序数效用信息条件下，被试的偏好不满足完备性公理，自然也不满足传递性公理。只有反身性公理得到满足。

此外，类似于实验 2 的实验可以表明，通过使用每个商品元素的给定偏好排序，不能获得各种维度的无差异曲线。此过程简单，省略。

2.3 实数序数偏好

本文采用的实验方法还可以显示哪些偏好是真正的序数偏好。根据前面的分析，只要消费者能够在只获得序数效用信息的条件下，对自己的偏好进行任意排序，就一定存在真正的序数偏好。本文介绍了一种官方排名，这是一种纯粹的序数排名。假设一个部门使用这种排名方法作为满足特定目的的需求规则。那么，就可以形成一种纯序数偏好，叫做“官阶偏好”，因为两者的规则是一样的。以官方排名为例，验证了本文的观点。

官方排名常见。比如将军比少将高，中尉比少尉高。这种单人情况很好理解。这里有一套涉及多人时的官方排名规则。它被命名为官方秩矩阵排序规则 1。具体内容是所有官职都可以从高到低排序。无论两个官阶矩阵中官职类别如何，总是先用官职最高的进行比较，官职最高的矩阵排在前面。如果最高官职的职级相同，则比较次高官职的职级，然后依次排序。但是，同一官职应被视为官衔矩阵中的一个官衔要素。如果所有的官职都一样，两者就有了冷漠的关系。

在以这种方式定义排序规则后，本研究进行了实验 3，该实验与实验 1 和实验 2 相似。受试者面前的四个袋子里装着许多官职不同的卡片，可以从高到低排序。此外，受试者知道这些卡片在袋子里，并且熟悉官方等级矩阵排序规则 1，但是不知道哪些卡片在哪个袋子里。本实验假设受试者会使用官方秩矩阵排序规则 1 对其进行排序，并保证四袋中的官方秩矩阵对受试者不会无动于衷，这一点应该向受试者说明。还有就是告诉受试者，“你可以按照你的排序方法，从前到后排序并命名。”假设≻b ≻c ≻d 是主题的排序和命名结果。

向受试者提出以下三个问题:

问题 1:a 和 b 哪个排名靠前?

a 和 d 合并或视为官方秩矩阵 e .同样，b 和 c 合并或视为官方秩矩阵 f(受试者被告知此合并程序，下同)。

问题 2:e 和 f 哪个排名靠前?

a 和 b 被组合或视为官方秩矩阵 g。此外，c 和 d 被组合或视为官方秩矩阵 h。

问题 3:g 和 h 哪个排名靠前?

让受试者回答这三个问题。

---

[7] 如果商品束是可分的，这个条件也满足。

对于第一个问题，受试者无疑会选择 A （a），与实验 2 的问题 1 的答案相同，原因也基本相同。对于第二个和第三个问题，从题目的排序结果和排序规则可以知道，e 或 g 必须排在前面。因为 A （a）排在第一位，所以有一个元素是他们当中官位最高的。即使与最后一个官阶矩阵合并后，这一捆中的最高官位仍然高于 f 中的官位，自然也高于 h 中的官位，现在可以预测，打开这几个袋子后，无论里面是哪张官位卡片，如果再问受试者问题 1、2、3，受试者的答案都不会改变。

因此，本实验表明，在获得纯序数效用信息的条件下，可以对官方秩矩阵进行排序，这是一种纯序数排序。也说明了官阶偏好是纯序数偏好。下面的陈述表达了这个实验的逻辑。假设四个官阶矩阵的排序关系是一个≻b ≻c ≻d，在官阶矩阵排序规则 1 下，可以得到 e （a，d） ≻f （b，c）和 g （a，b） ≻h （c，d）。此外，（a，b） ≻（c，d）不随排序规则而改变。

如果考虑改变官阶规则，会发生什么？首先，将其命名为官方等级矩阵排序规则 2。具体来说，在对两个官阶矩阵排序时，首先比较第一个元素的官阶，官阶最高的矩阵排在前面。如果相同，比较第二个元素的官阶，继续这个过程，直到到达最后一个元素。如果所有官职都一样，那就是一种无所谓的关系。

可以想象，在切换到这样的规则后，人们仍然会得到与实验 3 相同的结果，这仍然是纯序数排序的例子。另外，这个排序规则让人感觉很熟悉。这是字典序偏好的排序规则吗？一件有趣的事情发生了！这不是一个词典优先的规则。字典序偏好的排序规则可以描述为:假设 X = R2+，x1 ＞ y1 或 x1 = y1 且 x2 ⩾ y2，那么 x ≿y. 官阶矩阵排序规则 2 的内容是，首先假设官阶矩阵的所有元素都是纯序数，x1 ≻y1 或 x1 ~ y1 和 x2 ≿y2，那么 x ≿y.

这个内容说明，官阶矩阵中的元素是序数，而字典序偏好中的元素是基数。可以通过类似于实验 1 的思维实验来验证字典序偏好是基数偏好。顺便说一下，英语词典中单词的排序规则与官方的秩矩阵排序规则 2 相同，因为英文字母可以作为≻b ≻c 排序，等等。这些元素本质上都是序数，只能排序不能加减。为此，字典序是一个不准确的名称，也许“数字顺序”更准确，因为在比较两个数字的大小时，基本上应用了字典序偏好的排序规则，即首先比较最高位数字的大小，然后比较第二位数字的大小，以此类推。但是，比较数字导致大小，比较字典序偏好导致排名。[8]这也表明字典序偏好是一个基本的偏好。

对现实生活的观察和归纳分析表明，这种纯序数偏好一般是群体偏好。比如，企业只是简单地根据员工的职位高低来奖励员工。个体消费者有纯序数偏好吗？如果有，什么情况下会有这种偏好？这些问题可以进一步探讨。然而，至少大多数常见的个人偏好是基本的。这样，本文从正反两个方面说明了序数效用理论是无效的，并展示了真正的序数偏好的形式。实验流程中可以看到反证法和控制变量法的使用。既然序数主义者认为效用量是序数的，那么要反驳序数效用理论，就必须创造一个消费者只知道商品捆绑的序数效用信息的情境，通过保持其他条件不变，然后与消费者知道商品捆绑的所有效用信息的情境进行比较，来看序数效用理论的结论是否成立。然后，得出结论。在实验设计中合理使用这些方法，可以保证本文得出的结论是科学有效的。

3. 进一步分析

[8] 如果相应的数位缺少一个数字，则应该用 0 填充。

上述两个实验的实验过程和初步分析表明，本文的实验能够区分实数序数偏好和基数偏好。下一个任务是分析这两种偏好的特征，以解释为什么它们本质上是不同的。简单观察发现，有基数偏好的商品束的元素都是可用于四则运算的基数。而且，商品束的偏好程度与商品要素本身的数量是严格相关的。因此，商品束的偏好程度随着商品元素的增加或减少而增加或减少。这样，两者就必须在基数成员之间形成一个映射映射。那么，具有这种基数元素的商品组合必须对应于基数偏好。订购两个基数偏好商品束的结果必须与两个部件的基数元素本身的数量相关。例如，订购了两个商品束(a:三个橙子，d:两个苹果)和(b:三个苹果，c:两个橙子)。两个捆绑包的排名都与对应商品元素的数量有关。如果更改其中一个元素的数量，两个束的顺序可能会改变。但是，如果只知道两个商品束的元素的序数偏好信息，比如(a: 1st，d: 4th)，(b: 2nd，c: 3rd)，则因为信息不足而无法排序。这种情况在其他测量领域也能找到，比如实验一中的身高排名。显然，经济学教科书中使用的无差异曲线分析法所分析的所有商品要素的数量，就是可以加减的基数。因此，无差异曲线分析的序数偏好实际上是基数偏好。

接下来，讨论实序数偏好的情况。在实序数偏好中，商品束的元素必然是序数的，而多元素的序数矩阵一般不能直接排序。[9]任意排序序数矩阵的前提首先是设置一个指定某种形式优先级的外部规则。比如，在制定规则之前，直接写军衔(上将、下士)、(少将、上士)。此时，两者不可兼得。然而，如果预先设置类似于官方秩矩阵排序规则 1 或 2 的排序规则，则序数矩阵可以任意排序。所以序数效用论中存在这样的逻辑矛盾，多个商品束可以任意组合成一个商品束。然而，多个序数不能任意组合成一个序数。商品束可以按偏好任意排序，但序数矩阵不能任意排序。再者，已知行为可以得到一个序数，反之，给定了序数，行为就不一定能得到。分析还表明，实序数偏好不可能是基数偏好，基数偏好也不可能是实序数偏好。

这个数学结论可以用在实验三的分析中，即一般来说，包含几个纯序数元素的两个矩阵不能直接排序，除非一个矩阵的所有元素都排在前面。这个结论对我们来说并不陌生，因为它已经以阿罗不可能定理的形式存在于经济理论中(箭头 1950)。本文不解释两者所应用的数学原理的同源性。这里只需要注意，实验 3 中“所有元素排序在前”的情况对应的是社会选择问题中与每个个体的偏好顺序完全一致的情况，而官方的等级矩阵排序规则 1 和 2 对应的是等级独裁规则。具体来说，排名最高的人先做出偏好顺序，他们的偏好顺序作为社会偏好顺序。如果他们无动于衷，排名第二的人决定，直到排名最低的人做出决定。这是可以得到群体偏好矩阵排序的两种情况，其他没有外部规则的情况不能排序。因此，如果商品效用是纯序数的，在没有外部规则的前提下，人们只能订购一些不可分割的单元素商品束，而常见的多元素商品束一般不能订购。然而，阿罗的不可能定理是基于序数效用理论的。为什么这个定理中使用的数学原理被应用于序数效用理论的证伪？本文认为效用量在本质上是基本的，它决定了消费者的选择行为。但在目前的测量能力水平下，只能观察到外显行为中的偏好顺序。基于这种偏好排序，阿罗创造了不可能性定理，这是合理的。但如果从外显行为的角度简单地将效用量定义为序数，那么就可以看出，如果直接将序数代入商品捆绑矩阵，得到的序数矩阵是无法排序的。更重要的是，

[9]所有元素同时排在前面的情况可以直接排序。

序数偏好矩阵和基数偏好矩阵的排序规则不一致。对有序偏好矩阵进行排序需要一个外部规则来确定特定形式的优先级。整个序数偏好矩阵的排序被一个或几个元素的相应排序所代替，而基数偏好矩阵没有这样的外部规则，而是直接凭直觉排序。说明这两种偏好的性质是根本不同的。

本文的实验和相应的分析部分总结了序数效用理论和基数效用理论之间的争论。这里解释一下本文的实验方法和其他经济学家使用的方法之间的关系，以及它的相对优越性。一般用四种方法来分析这个争议。第一种是用认知主义的方法来分析这个问题。这种方法通过内省的方法研究和扩展基数效用理论，例如(科雷兹 1994 年 a；科雷兹 1994b)。这种方法被认为与逻辑实证主义不一致，现在在经济学界也没有得到广泛认可。第二，用神经经济学的实验方法来解决这个问题。然而，由于目前技术水平的限制，实验结果缺乏建立基数效用理论的决定性说服力。第三种是数学方法，分析消费者偏好的特征和公理，通过数学和推理的方法解决这个问题，比如(Barzilai 2013 柯伯林，2006 年)。但是，从文中的分析过程可以看出，只要承认序数偏好关系包含完备性公理，那么通过数学推导的方法完全解决这个问题是具有挑战性的。事实上，商品效用的基数信息已经混合到偏好关系中。此时，偏好关系必须同时包含序数和基数属性。如果不能去除基数信息，从根本上解释完备性公理的基数本质，就不能得出证伪序数效用理论的关键结论。这个具有基数和序数性质的消费者行为基本公理，使得经济学中的数学专家怀疑是否要用更高深的数学知识来解决这个问题。第四种方法通过行为主义的途径分析人的内在效用认知，是目前技术水平上最简洁、最有说服力的方法。这种方法主要通过分析特定的行为或进行行为实验来实现，例如(巴尼特 2003；汉达 1977)。其中，Barnett 的研究在其附录中包含了一个最接近本文实验设计的实验。研究主要说明序数效用理论不合理地使用效用函数。文中的几个思想实验会达到这个目的。其实这是一个确定的结论。但序数主义者认为，效用函数只是解释消费者行为的一个方便而有启发性的工具，并没有真正的经济意义。所以即使操作过程中出现问题，也不能影响大局。然而，文章附录中的思想实验提出了一个突破性的观点。

首先，这种方法可以将商品束的序数信息和基数信息分开考虑。其次，它表明，在不知道所有基数效用信息的情况下，不能任意地进行偏好排序。这个实验唯一的弱点是，它没有设计一个实际的步骤来获得真实商品束的纯序数效用信息。这一点对于彻底解决这个问题至关重要。本文的实验虽然简单，但合理地包含了这三个关键点，从而得出了预期的结论。

本文主要用思维实验来说明序数效用论中存在的问题，并赞同效用量本质上是基数的观点。

但是，本研究排除了对基数效用理论的一些已有观点或结论的认可，如将效用作为效用的单位。Util 是一个纯想象的效用单位，没有科学性。单位的设置必须基于预先存在的特定属性的数量。例如，一克被定义为一立方厘米纯水的质量。如果一个人以效用为单位，当一个人吃了一个苹果，可以说他得到了 100 个效用，10 个效用，或任何其他结果。在任何其他科学领域使用合理设定的测量单位时，这种情况从来不会发生。当没有一个计量单位被合理设定并能被标准化使用时，很容易获得基数信息中的序数信息；然而，基数数据无法获得。比如，即使几棵树立在我们面前，没有具体单位的尺子，也无法知道它们的具体数值，但相应的排名却很容易得到。序数效用理论的出现与有效效用单

位的缺乏和序数排序信息的可得性有关。总之，基数效用理论是不完善的，需要进一步修正和完善。

4. 结论

基于对思维实验的描述和分析，本文得出结论:在大多数情况下，消费者不能基于纯粹的序数效用信息对其偏好进行排序。因此，在获得纯序数效用信息的条件下，消费者偏好的完备性和传递性公理是无效的。这也表明序数效用理论是无效的，消费者在进行偏好排序时依赖于商品捆绑的基数效用信息。然而，表达基本偏好是一个复杂的问题。经济学家不能认识到缺乏一个揭示的方法。解决这个问题需要进一步研究用于设置效用单位的方法。然而，本文的实验和分析过程表明，实验可以验证消费者的偏好是基数还是序数，序数主义者将效用量定性为序数是一种错位抽象的谬误。

参考

Allais, M.: Cardinalism—Absolute satisfaction. Springer (1994a)

Allais, M.: Cardinalism—Determination of cardinal utility according to an intrinsic invariant model. Springer (1994b)

Allais, M., Hagen, O.: Cardinalism: a fundamental approach. Springer Science & Business Media (2012)

Arrow, K.J.: A difficulty in the concept of social welfare. Journal of political economy **58**(4), 328-346 (1950)

Barnett, W.: The modern theory of consumer behavior: Ordinal or cardinal? The Quarterly Journal of Austrian Economics **6**(1), 41-65 (2003)

Barzilai, J.: Inapplicable operations on ordinal, cardinal, and expected utility. Real-World Economic Review **63**, 98-103 (2013)

Bayer, H.M., Glimcher, P.W.: Midbrain dopamine neurons encode a quantitative reward prediction error signal. Neuron **47**(1), 129-141 (2005)

Bernardelli, H.: The end of the marginal utility theory? Economica **5**(18), 192-212 (1938)

Camerer, C., Loewenstein, G., Prelec, D.: Neuroeconomics: How neuroscience can inform economics. Journal of Economic Literature **43**(1), 9-64 (2005)

Debreu, G.: Representation of a preference ordering by a numerical function. Decision processes **3**, 159-165 (1954)

Debreu, G.: Continuity properties of Paretian utility. International Economic Review **5**(3), 285-293 (1964)

Fisher, I.: Mathematical Investigations in the Theory of Value and Price: Appreciation and Interest. Augustus M. Kelly (1892)

Glimcher, P.W., Dorris, M.C., Bayer, H.M.: Physiological utility theory and the neuroeconomics of choice. Games and economic behavior **52**(2), 213-256 (2005)

Handa J.: Risk, probabilities, and a new theory of cardinal utility. Journal of Political Economy, **85**(1), 97-122 (1977)

Hicks, J.R., Allen, R.G.: A reconsideration of the theory of value. Part I. Economica **1**(1), 52-76 (1934)

Jehle, G., Reny, P.: Advanced Microeconomic Theory (Third). Essex: Pearson Education Limited, 136 (2011)

Kahneman, D., Wakker, P.P., Sarin, R.: Back to Bentham? Explorations of experienced utility. The quarterly journal of economics **112**(2), 375-406 (1997)

Köbberling, V.: Strength of preference and cardinal utility. Economic Theory **27**(2), 375-391 (2006)

Mandler, M.: Cardinality versus ordinality: A suggested compromise. American Economic Review **96**(4), 1114-1136 (2006)

Montague, P.R., Hyman, S.E., Cohen, J.D.: Computational roles for dopamine in behavioural control. Nature **431**(7010), 760-767 (2004)

Morgenstern, O., Von Neumann, J.: Theory of games and economic behavior. Princeton university press (1953)

Padoa-Schioppa, C., Assad, J.A.: Neurons in the orbitofrontal cortex encode economic value. Nature **441**(7090), 223-226 (2006)
Phillips, P.E., Walton, M.E., Jhou, T.C.: Calculating utility: preclinical evidence for cost–benefit analysis by mesolimbic dopamine. Psychopharmacology **191**(3), 483-495 (2007)
Rothbard, M.N.: Toward a reconstruction of utility and welfare economics. Center for Libertarian Studies (1956)
Sen, A.: Personal utilities and public judgements: or what's wrong with welfare economics. The economic journal, 537-558 (1979)
Sweezy, A.R.: The interpretation of subjective value theory in the writings of the Austrian economists. The Review of Economic Studies **1**(3), 176-185 (1934)
Thurow, L.: Dangerous currents: The state of economics. OUP Catalogue (1983)
Ye, H.: The logical flaws in the utility paradigm of western economics. The Economist **1**(1), 93-97 (2003)
Yew-Kwang, N.: Welfare Economics: Towards a More Complete Analysis. Dongbei University of Finance and Economics Press (2005)
Zizzo, D.J.: Neurobiological measurements of cardinal utility: Hedonimeters or learning algorithms? Social Choice and Welfare **19**(3), 477-488 (2002)